

# **PENDISTRIBUSIAN BBA DENGAN METODE PROGRAM LINIER (PERSOALAN TRANSPORTASI)**

**Oleh :**

**Ratna Imanira Sofiani, S.Si**  
*Dosen Universitas Komputer Indonesia*

## **ABSTRAK**

*Tulisan ini memaparkan tentang penerapan Metode Program linier (Persoalan Transportasi) untuk mendistribusikan Bahan Bakar Alternatif (BBA) dari sentra limbah nabati menuju daerah pengguna BBA yang ada di Jawa Timur . Persoalan transportasi membahas masalah pendistribusian suatu komoditas atau produk dari sejumlah sumber kepada sejumlah tujuan, dengan tujuan meminimumkan ongkos pengangkutan yang terjadi.*

## **I. PENDAHULUAN**

Bahan bakar alternatif (BBA) adalah bahan bakar yang dapat digunakan sebagai pengganti bahan bakar konvensional yang terutama bersumber dari bahan bakar fosil. Secara mudah, bahan bakar alternatif identik dengan bahan bakar apapun selain yang berasal dari minyak bumi. Salah satunya adalah BBA yang berasal dari limbah yang bisa dimanfaatkan menjadi bahan bakar pengganti. Adapun sumber dari bahan bakar alternatif tersebut berasal dari limbah nabati antara lain sekam padi, cocopeat, steam tembakau, karet, minyak mentah, jagung dan lain lain dengan kadar H<sub>2</sub>O maksimum 20%.

Ciri-ciri energi alternatif adalah:

1. Dapat digunakan berulang-ulang
2. Jumlahnya berlimpah di alam
3. Pengolahannya tidak merusak alam
4. Tidak berbahaya, aman, serta tidak menyebabkan penyakit akibat pengolahannya
5. Ramah lingkungan

PT Semen Indonesia menggunakan BBA sebesar 3% dari penggunaan batu bara yang biasa digunakan. Hal ini akan mengurangi penggunaan bahan bakar dari batubara, selain itu juga tidak akan merusak lingkungan jika BBA yang digunakan terutama yang berasal dari limbah nabati.

Suatu perusahaan yang melakukan pendistribusian BBA ke beberapa perusahaan pengguna BBA, mengharapkan untuk meminimumkan biaya transportasi. Lamongan, Bojonegoro dan Banyuwangi adalah sentra limbah nabati yang biasa digunakan untuk memperoleh bahan baku BBA yang akan dikirimkan ke Tuban, Surabaya dan Pasuruan sebagai daerah yang membutuhkan BBA. Dalam makalah ini akan dibahas mengenai bagaimana

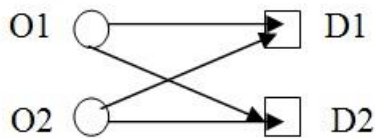
suatu perusahaan akan mendistribusikan BBA dari sentra limbah nabati menuju daerah pengguna BBA dengan ongkos yang minimum melalui strategi dan perencanaan yang memberikan solusi optimal.

## II. MASALAH TRANSPORTASI

Masalah transportasi membicarakan cara pendistribusian suatu komoditi dari sejumlah sumber (*origin*) ke sejumlah tujuan (*destination*). Sasarannya adalah mencari pola pendistribusian dan banyaknya komoditi yang diangkut dari masing-masing sumber ke masing-masing tujuan yang *meminimalkan* ongkos angkut secara keseluruhan, dengan kendala-kendala yang ada.

Ada 2 macam

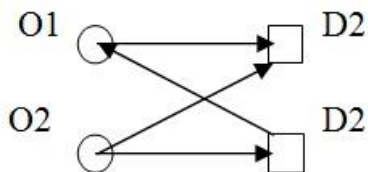
- Transportasi standar (*Single Delivery System*)



Masalah transportasi di mana *origin* hanya berfungsi sebagai daerah asal dan *destination* hanya berfungsi sebagai daerah tujuan.

- *Transshipment / Multi Delivery System*

Masalah transportasi dimana *origin* maupun *destination* berfungsi sebagai daerah asal dan tujuan.



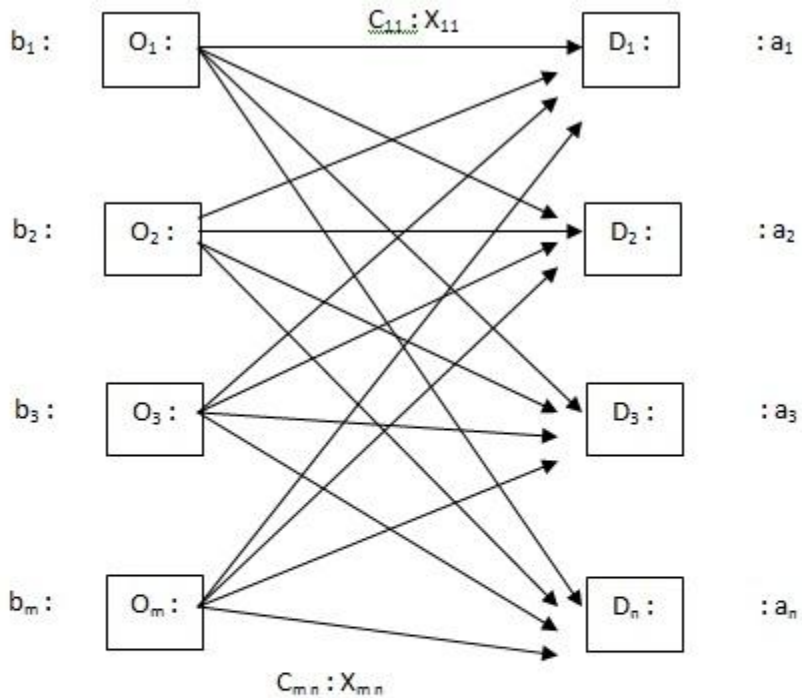
### 2.1 SKENARIO

Masalah transportasi diformulasikan berdasarkan skenario sebagai berikut :

1. Ada sumber/daerah asal (*origin*) dengan kapasitas (*supply*) maksimumnya.
2. Ada tujuan (*destination*) dengan permintaan (*demand*) minimumnya.
3. Ada jalur angkutan dari setiap sumber ke setiap tujuan beserta ongkos angkut satuan. (Ongkos sifatnya linier à proporsional terhadap jarak)
4. Ada satu macam komoditi saja yang diangkut
5. Meminimalkan ongkos angkut.

Adanya fungsi sasaran (*objective function*) yang diasumsikan linear.

## 2.2 SKEMA/FORMULASI



- $O_i$  = Sumber (origin) ke -  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ )  
 $D_j$  = Tujuan (destination) ke -  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )  
 $b_i$  = Supply maksimum pada  $O_i$   
 $a_j$  = Demand minimum pada  $D_j$   
 $C_{ij}$  = Ongkos angkut satuan pada jalur  $O_i \rightarrow D_j$   
 $X_{ij}$  = Banyaknya unit komoditi yang diangkut dari  $O_i$  ke  $D_j$  (alokasi)

## 2.3 ASUMSI

Diasumsikan :

- (i) Linieritas, i.e. biaya angkut berbanding lurus (proporsional) dengan banyaknya komoditi yang diangkut dari *origin* ke *destination*.
- (ii) Hanya ada satu jenis komoditi yang diangkut

Asumsi (i) berakibat masalah transportasi termasuk dalam kategori masalah program linear, Sehingga cara menyelesaikannya bisa memanfaatkan metode yang sudah lazim dikenal, seperti yang akan dijabarkan kemudian.

Asumsi (ii) berakibat setiap *destination* bisa menerima kiriman dari setiap *origin*.

Berdasarkan skenario di atas, maka formulasi model matematika masalah transportasi adalah sebagai berikut:

Mencari  $x_{ij} \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, \dots, n$ ) yang meminimalkan fungsi sasaran (ongkos angkut total)

$$(1). f = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{ij} X_{ij},$$

dengan kendala-kendala (*constraint*) :

$$(2). \sum_{j=1}^n X_{ij} \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \text{ dan}$$

$$(3). \sum_{i=1}^m X_{ij} \geq a_j \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Ketidaksamaan (2) disebut kendala *supply* dan ketidaksamaan (3) disebut kendala *demand*.

Fungsi  $f$  pada persamaan (1) disebut fungsi sasaran (*objective function*).

**Penyajian data** : penyajian data masalah transportasi dituangkan dalam tabel 1 berikut :

Destination Origin	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	...	D <sub>n</sub>	Supply b <sub>i</sub>
O <sub>1</sub>	$\begin{matrix} C_{11} \\ x_{11} \end{matrix}$	$\begin{matrix} C_{12} \\ x_{12} \end{matrix}$	...	$\begin{matrix} C_{1n} \\ x_{1n} \end{matrix}$	b <sub>1</sub>
O <sub>2</sub>	$\begin{matrix} C_{21} \\ x_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} C_{22} \\ x_{22} \end{matrix}$	...	$\begin{matrix} C_{2n} \\ x_{2n} \end{matrix}$	b <sub>2</sub>
...	...	...	...	...	...
O <sub>m</sub>	$\begin{matrix} C_{m1} \\ x_{m1} \end{matrix}$	$\begin{matrix} C_{m2} \\ x_{m2} \end{matrix}$	...	$\begin{matrix} C_{mn} \\ x_{mn} \end{matrix}$	b <sub>m</sub>
Demand a <sub>j</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	...	a <sub>n</sub>	$\begin{matrix} \sum b_i \\ \sum a_j \end{matrix}$

## 2.4 SOLUSI KEADAAN SETIMBANG

Jika  $\sum_{i=1}^m b_i = \sum_{j=1}^n a_j$ , yaitu total supply komoditi pada origin sama dengan total demand pada destination, maka masalah transportasi dikatakan setimbang. Dalam kasus setimbang, semua kendala, baik kendala supply maupun kendala demand berbentuk persamaan, sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \text{ dan}$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = a_j \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Akibatnya banyaknya variabel basis adalah  $m+n-1$ , sebab  $m+n-1$  merupakan banyaknya persamaan yang saling independen. Oleh karena itu penyelesaian fisibel basis (pfb) terdiri atas  $m+n-1$  variabel basis.

## 2.5 METODE PEMECAHAN

Untuk menyelesaikan persoalan transportasi, harus dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menyusun formulasi program linier
2. Menentukan solusi fisibel basis awal
3. Menentukan *entering variable* dari variable-variabel *nonbasis*. Bila semua variable sudah memenuhi kondisi optimum, STOP. Bila belum dilanjutkan langkah ke 3
4. Tentukan *leaving variable* di antara variable-variabel basis yang ada, kemudian hitung solusi yang baru. Kembali ke langkah 2.

Untuk mencari solusi optimal (minimal) masalah transportasi, dikerjakan dengan 2 Tahap:

- ✓ **Tahap 1**, dengan penyelesaian awal, dimana metode yang dapat digunakan adalah :
  - Metode NWC (North West Corner)
  - Metode LC (Least Cost)
  - Metode VAM (Vogel Aproximation Method)
- ✓ **Tahap 2 (Uji Optimalitas)**, Penyelesaian akhir dengan metode :
  - *Stepping Stone*
  - *MODI (Modified Distribution)*

## 2.6 PEMBAHASAN

Sebagai studi kasus, dilakukan pengumpulan data mengenai pendistribusian Bahan Bakar Alternatif (BBA) dari sentra limbah nabati ke tempat pengguna BBA. Sentra limbah nabati di Bojonegoro, Banyuwangi dan Lamongan dengan kapasitas yang dimiliki adalah 1.600 ton, 2000 ton dan 6000 ton setiap bulannya. Dari tempat-tempat tersebut, BBA diangkut ke daerah-daerah pengguna BBA yaitu Tuban, Surabaya dan Pasuruan dengan kebutuhan 6100 ton, 500 ton dan 3000 ton setiap bulannya. Ongkos pengangkutan per ton (dalam ribuan) dapat dilihat pada table berikut:

Tabel 1 Ongkos pengangkutan

Daerah	Tuban	Surabaya	Pasuruan
Bojonegoro	200	100	150
Banyuwangi	100	250	70
Lamongan	170	150	200

**Langkah 1:** Menyusun formulasi program linier

Meminimumkan:

Z=

$$200x_{11} + 100x_{12} + 150x_{13} + 100x_{21} + 250x_{22} + 70x_{23} + 170x_{31} + 150x_{32} + 200x_{33}$$

Berdasarkan pembatas :

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 1600 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 2000 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} &= 6000 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} &= 6100 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} &= 500 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} &= 3000 \end{aligned}$$

Sedangkan tabel program liniernya adalah:

Tabel 2 Tabel program linier BBA

Ke- Dari	Kota Tuban	Kota Surabaya	Kota Pasuruan	Kapasitas
Kota Bojonegoro	200	100	150	1600
Kota Banyuwangi	100	250	70	2000
Kota Lamongan	170	150	200	6000
Kebutuhan	6100	500	3000	9600

**Langkah 2 :** Menentukan solusi fisibel basis awal

a. Metode NWC (*North West Corner*)

Tabel 3 Metode NWC

Dari \ Ke-	Kota Tuban	Kota Surabaya	Kota Pasuruan	Kapasitas
Kota Bojonegoro	1600 200	100	150	1600
Kota Banyuwangi	2000 100	250	70	2000
Kota Lamongan	2500 170	500 150	3000 200	6000
Kebutuhan	6100	500	3000	9600

Berdasarkan perhitungan dengan Metode NWC diperoleh solusi awal  
 $Z = (1600)(200) + (2000)(100) + (2500)(170) + (500)(150) + (3000)(200)$   
 $= 1.620.000$

b. Metode VAM (*Vogel Aproximation Method*)

Tabel 4 Metode VAM

Dari \ Ke-	Kota Tuban	Kota Surabaya	Kota Pasuruan	Kapasitas
Kota Bojonegoro	100 200	500 100	1000 150	1600
Kota Banyuwangi	100	250	2000 70	2000
Kota Lamongan	6000 170	150	200	6000
Kebutuhan	6100	500	3000	9600

Berdasarkan perhitungan dengan Metode VAM diperoleh solusi awal  
 $Z = (100)(200) + (500)(100) + (1000)(150) + (2000)(70) + (6000)(170)$   
 $= 1.380.000$

Dari dua metode tersebut diperoleh nilai Z minimum adalah 1.380.000 dengan metode VAM. Pada metode VAM dilakukan 3 kali perhitungan penalty yang akhirnya menghasilkan nilai Z minimum.

**Langkah 3** : Menentukan entering variable dari variable-variabel nonbasis. Bila semua variable sudah memenuhi kondisi optimum, STOP. Bila belum dilanjutkan langkah ke 3.

Penentuan *entering variable* dari variable-variabel *nonbasis* dengan metode *Stepping Stone*. Dari table 3 yang menghasilkan Z minimum diperoleh variable basis awal  $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{23}, x_{31}$  masing-masing dengan harga 100, 500, 1000, 2000 dan 6000

Diharapkan bisa terjadi penurunan biaya pendistribusian BBA dengan pemindahan variable nonbasis  $(x_{21}, x_{22}, x_{32}, x_{33})$  menjadi variable basis. Perpindahan variable nonbasis ke variable basis akan menurunkan ongkos sebesar selisih  $c_{ij}$ .

Perubahan ongkos yang terjadi jika dialokasikan sebanyak 1 unit terhadap variable nonbasis adalah:

$$\begin{aligned} c_{21} &= - [(c_{23} - c_{13}) + (c_{11} - c_{21})] \\ &= - [(200 - 150) + (70 - 100)] \\ &= -20 \end{aligned}$$

$$c_{22} = 230, c_{32} = 80, c_{33} = 80$$

Dari iterasi diatas dipilih  $x_{21}$  sebagai *entering variable* karena memberikan penurunan ongkos sebesar 20 satuan ongkos per unit.

Tabel 5 Iterasi entering variabel

(-)100	200	500	100	(+)1000	
				150	
(+)x <sub>21</sub>	100		250	(-)2000	70
6000	170		150		200

*Leaving variable* dipilih dari variable-variabel sudut loop yang bertanda negatif (-) dengan nilai terkecil yaitu pada  $x_{11}$  yaitu sebesar 100. Perubahan nilai tergantung tanda positif atau negatinya, jika (+) ditambahkan 100 sedangkan (-) dikurangkan 100. Tabel solusi baru dapat dilihat sebagai berikut :

Tabel 6 Hasil iterasi entering variabel

	Tuban	Surabaya	Pasuruan	Kapasitas
Bojonegoro	0 200	500 100	1100 150	1600
Banyuwangi	100 100		1900 70	2000
Lamongan	6000 170			6000
Kebutuhan	6100	500	3000	

$$\begin{aligned} Z &= (0)(200) + (500)(100) + (1100)(150) + (100)(100) + (1900)(70) + (6000)(170) \\ &= 1.378.000 \end{aligned}$$

Hasil Z setelah iterasi lebih kecil dibandingkan sebelum iterasi. Namun perlu diperiksa kembali jika masih ada fungsi tujuan yang masih perlu diperbaiki. Ternyata dihasilkan variable nonbasis  $(x_{22}, x_{32}, x_{33})$  perubahan ongkos  $c_{22} = 230, c_{32} = 60, c_{33} = 60$ .

Karena semua nilai c yang dihasilkan bernilai positif artinya sudah tidak akan terjadi penurunan ongkos.



Dengan dilakukan perubahan pengiriman 100 ton BBA ke Pasuruan dari Bojonegoro akan menghasilkan solusi yang optimal. Ongkos transportasi yang optimal sebesar Rp 1.378.000

### **III. KESIMPULAN**

Pendistribusian BBA yang sebaik-baiknya adalah sesuai kebutuhan masing-masing daerah dan kapasitas yang dimiliki oleh sumber limbah nabati.

1. Pengiriman BBA dari Bojonegoro ke Surabaya dan Pasuruan sebesar 500 ton dan 1100 ton, dari Banyuwangi ke Tuban dan Pasuruan sebesar 100 ton dan 1900 ton, dan dari Lamongan ke Tuban sebesar 6000 ton
2. Nilai Z minimum atau ongkos paling kecil yang dihasilkan adalah Rp. 1.378.000.000

### **Daftar Pustaka**

- CV, Nusa Karya, 2014, Tuban
- Riset Operasional (Media Pembelajaran Interaktif), 2014
- Taylor W. Bernard. 2004. *Management Science* Eight Edition. Prentice Hall : New Jersey
- Tetyafriani, Bahan Bakar Alternatif, 2013
- Tjutju Tarliah, Operation Research, 2010, Sinar Baru Algensindo, Bandung